هستی و شناخت
دوفصلنامهٔ علمی - پژوهشی هستی و شناخت
سال ششم، شمارهٔ ۲، پاییز و زمستان ۱۳۹۸
شمارهٔ پیاپی ۱۲، صص ۱۹ـ ۵۱
مقالهٔ پژوهشی

Existence & Knowledge
The Journal of Existence and Knowledge
Semi-Annual, Vol. 6, No.2, Fall 2019-Winter 2020
Issue 12, pp. 19- 51
Original Article

آیا قضایای ناتمامیت گودل را می‌توان در مکانیک کوانتومی به کار برد؟

سید مجید صابری فتحی*

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۵/۱۷ ـ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۸/۲۹
DOI: 10.22096/ek.2020.123077.1210

چکیده

مکانیک کوانتومی نظریه‌ای است که ساختار فکری بشر را دگرگون کرد؛ ولی با وجود موفقیت‌های زیاد آن از زمان اینشتین تاکنون، گروهی درباره کامل بودن آن دارای شک و شبهه هستند. یکی از راه‌هایی که گروهی کامل بودن این نظریه را مورد تردید قرار می‌دهند قضایای ناتمامیت گودل است. کورت گودل در دوران دکترا و اندکی پس از تحقیق درباره برنامه‌های تمامیت و سازگاری هیلبرت در سیستم‌های صوری، به اثبات دو قضیهٔ مهم در منطق و ریاضی پرداخت که تمامیت هرگونه نظریهٔ اصل موضوعی را در حساب نفی می‌کنند. تعمیم‌پذیری این قضایا به نظریات علوم طبیعی و فیزیک یکی از موضوعات مورد بحث است. در این نوشتار پس از بیان و شرح مسئله، امکان به کار بردن قضایای گودل در مورد مکانیک کوانتومی مورد نقد و بررسی قرار خواهد گرفت.

واژگان کلیدی: مکانیک کوانتومی؛ پیش‌بینی پذیری؛ قضایای ناتمامیت؛ کامل بودن.

---

* دانشیار گروه فیزیک و هسته پژوهشی مطالعات میان رشته‌ای هستی‌شناسانه، دانشگاه فردوسی مشهد، خراسان رضوی، ایران.
Email: saberifathi@um.ac.ir

مقدمه

در سال ۱۹۰۰ میلادی، مکانیک کوانتومی به‌وسیلهٔ ماکس پلانک پایه‌گذاری شد و در ربع قرن پس‌ازآن، توسط چند نفر از باهوش‌ترین فیزیکدان‌های آن زمان نظریهٔ کوانتومی شکل گرفت؛ ولی همراه با شکل‌گیری این نظریه مشکلات مفهومی و اندیشه‌ای زیادی نیز ایجاد شد؛ به‌طوری‌که آلبرت اینشتین که یکی از بنیان‌گذاران آن بود به مخالفت با آن پرداخت و مکانیک کوانتومی را «ناکامل» توصیف کرد. او این توصیف را در سال ۱۹۳۵ میلادی در مقاله‌ای که با دو همکار دیگر خود به چاپ می‌رساند (مقالهٔ EPR) بیان کرد. این مقاله از همان زمان دارای اهمیت بسزایی در فیزیک بوده است و ایدهٔ بنیادین بسیاری از پیشرفت‌های امروزه و آیندهٔ مکانیک کوانتومی را تشکیل می‌دهد؛ هرچند که امروزه، عقیدهٔ ناکامل بودن مکانیک کوانتومی در میان فیزیک‌دان‌ها جایگاهی ندارد و بیشتر آن‌ها به بوهر اقتدا کرده‌اند.

اینشتین در دانشگاه پرینستون، همکاری نابغه در ریاضی به نام کورت گودل داشت. آن‌ها روزهای زیادی پیاده‌روی‌های مشترکی داشتند که در آن به بحث‌های مفصلی در مورد نظریهٔ کوانتومی و کامل بودن آن می‌پرداختند. گودل در دو قضیهٔ مشهورش در سال ۱۹۳۱ میلادی، ناتمامیت و ناسازگاری نظریه‌های اصل موضوعی و سیستم‌های صوری قابل فرمول‌بندی در حساب (Aarithmetic) را نشان داده بود. قضایای گودل در اثبات ناتمامیت سیستم‌های صوری در هنگامی اثبات می‌شوند که استاد او هیلبرت، ایدهٔ تمامیت آن‌ها را داشت. اینشتین هم در بحث‌هایش با گودل به دنبال پیدا کردن راهی برای به کار بردن این قضایا در اثبات ناکامل بودن مکانیک کوانتومی بوده است؛ هرچند که در ظاهر، از این راه موفقیتی برای او به دست نمی‌آید. بحث اینشتین مورد توجه شماری از فیزیکدان‌ها نیز قرار می‌گیرد و به دنبال پیدا کردن پاسخی برای این پرسش هستند که آیا قضایای گودل درباره مکانیک کوانتومی به کار می‌رود؟

هدف این نوشتار، بررسی این موضوع است. لازمهٔ این کار بررسی دقیق قضایای ناتمامیت گودل و همچنین کامل بودن در مکانیک کوانتومی است. ازاین‌رو، نخست به بیان برنامهٔ هیلبرت و قضایای گودل پرداخته می‌شود. سپس برخی مفاهیم مانند سیستم و کامل بودن، در مکانیک کوانتومی توضیح داده می‌شود. در پایان، امکان اطلاق این قضایا به مکانیک کوانتومی مورد بحث قرار

می‌گیرد؛ همچنین به این پرسش پاسخ داده خواهد شد که آیا ناکامل بودن نزد اینشتین معادل ناتمامیت نزد گودل است؟ اهمیت دیگر این نوشتار افزون بر بررسی پرسش‌های یادشده، در نشان دادن لزوم در نظر گرفتن شرایط صدق یک قضیهٔ ریاضی است که اگر برقرار نباشد، انتساب آن به برداشت‌های غلط می‌انجامد. ازاین‌رو، رویکرد این نوشتار با دیگر نوشتارهای علوم انسانی کمی متفاوت است و به‌جای بیانِ گزاره‌های توضیحی و کلی، برخی جزئیات نظریه شکافته می‌شوند؛ برای نمونه در این نوشتار بیان قضایای ناتمامیت گودل با همان بیان او آورده شده است؛ یا تعریف سیستم صوری و غیره مطابق با بیان اصلی به‌کاررفته در منطق ریاضی یا در فیزیک است.

برنامهٔ هیلبرت و قضایای ناتمامیت گودل

بی‌گمان درباره به‌کارگیری علم ریاضی در علوم دیگر هیچ شک و شبهه‌ای وجود ندارد. یک حالت رایجِ کاربرد ریاضی، نسبت دادن مفاهیم انتزاعی نظریهٔ خاص ریاضی به اشیاء به‌کاررفته در سیستمی علمی و سپس به‌کارگیری اصول و قضایای آن نظریه در توضیح رفتار آن سیستم است. ازاین‌رو، ایده‌ای در ریاضی شکل گرفت که اشیای ریاضی نباید انتزاعی باشند؛ بلکه باید قابل ساختن باشند. این ایده به ریاضی ساخت‌گرا (Constructivism) معروف است:

> ریاضی ساخت‌گرا از همتای سنتی خود، یعنی ریاضی کلاسیک، به‌وسیلهٔ تعبیر سخت‌گیرانه‌ای از اصطلاح «وجود دارد»، به‌صورت «ما می‌توانیم بسازیم» جدا می‌شود. برای اینکه به‌گونه‌ای سازنده عمل شود، نه‌تنها کمّی‌سازها نیاز است؛ بلکه تمام ارتباطات منطقی که چگونگی اثبات یک گزارهٔ شامل عبارت‌های منطقی را نشان می‌دهد نیز مورد نیاز است. (Bridges, Palmgren, 2016)

در ریاضی ساخت‌گرا، ساختن اشیای ریاضی در طی مراحلی ذهنی ـ که به وجود آن اشیا رهنمون می‌شود ـ ضروری است. ازاین‌رو، به‌کارگیری برهان خلف در ریاضی ساخت‌گرا قابل‌قبول نیست. در ریاضی ساخت‌گرا شهود نقش مهمی دارد، به‌طوری‌که مقید به شهودگرایی (Intuitionism) است.

در آغاز قرن بیستم میلادی، یکی از مباحث داغ، به‌کارگیری ریاضی برای حل مسائلی در

علوم اجتماعی به روشی ساخت‌گرا بود؛ بنابراین در علوم اجتماعی، واقعیت اجتماعی می‌توانست توسط برداشت‌های تاریخی (به‌عنوان ابزار ساخت‌گرایی) ساخته شود. به‌طور کم‌وبیش هم‌زمان، دیلتای نیز به جستجوی ریشهٔ علوم انسانی در تاریخ پرداخته است؛[۱] همچنین در ادبیات، ساختارگرایی به‌وسیلهٔ اندیشه‌های سوسور پایه‌گذاری می‌شود[۲] که تمام این‌ها نشان‌دهندهٔ اعتبار ساختارگرایی به‌عنوان نحلهٔ فکری غالب در آن دوران است.

در آن دوران، حل مسئلهٔ گوردن (Gordon) در نظریهٔ ناورداها به‌وسیلهٔ هیلبرت با اثباتی غیرساخت‌گرا، خارج از ریاضی و در گسترهٔ علوم الاهی قرار می‌گیرد.[۳] همچنین، کرونکر قضیه‌ای را که بیان می‌کرد، با وجود داشتن اشیائی که به‌صراحت ساخته نشده باشند، برخی خواص صادق هستند (Kronecker)، باور نداشت؛[٤] ازاین‌رو هیلبرت برای توجیه بهره‌مندی از تکنیک‌های انتزاعی در علوم دیگر، برنامهٔ پایستگی را پیشنهاد داد. در واقع، او در این برنامه به‌وسیلهٔ یک مفهوم ساده و واقعی می‌خواهد توجیه کند که به‌کارگیری تکنیک‌های انتزاعی پایستار (Conservative) است؛ یعنی ا.ینکه هر ادعای واقعی می‌تواند با به‌کارگیری تکنیک‌های انتزاعی قابل‌اثبات، بدون انطباق اشیاء انتزاعی با اشیاء واقعی، اثبات شوند. به‌عبارت‌دیگر، برخلاف اثبات ساخت‌گرا، نیازی نیست نخست اشیاء ریاضی را با فراهم آوردن یک روش برای ایجاد اشیاء بسازیم. ازنظر او، نقطه و خط و صفحه را می‌توان با اشیائی همانند میز و صندلی جایگزین کرد. او مقدمهٔ کتاب اصول هندسه خود را با عبارت «سه دستگاه از اشیاء را در نظر می‌گیریم که بر آن‌ها نام نقطه و خط و صفحه می‌گذاریم» شروع می‌کند.[۵] از سوی دیگر، هیلبرت **برنامهٔ سازگاری** را ایجاد می‌کند و بر پایه آن عنوان می‌کند:

«اگر یک اصل موضوعهٔ دلخواه با دیگر اصول موضوعه از طریق نتایج حاصلهٔ خود تناقض نداشته باشد پس آن‌ها صحیح هستند و اشیاء تعریف‌شده

---

۱. نک: دیلتای، ۱۳۸۹ و ۱۳۹۱.

۲. نک: دوسوسور، ۱۳۸۹.

3. See: Smorynski, 1977: 822.
4. See: Smorynski, 1977: 822.

۵. نک: بل، ۱۳۹۱: ۸۴۴.

از طریق اصول موضوعه وجود دارند؛ برای من، این معیاری از حقیقت و وجود است.» (Smorynski, 1977: 825)

با توجه به این عبارت، هدف برنامهٔ سازگاری هیلبرت اثبات روش‌های غیرساخت‌گرا با به‌کارگیری اثبات سازگاری سیستم‌های ریاضی‌ای بود که جواب آن‌ها، به‌کارگیری سیستم‌های انتزاعی را توجیه می‌کرد؛ ولی متأسفانه این برنامه نتوانست موفق شود. این رؤیای هیلبرت در سال ۱۹۳۱ میلادی با **قضایای ناتمامیت** (Incompleteness Theorems) گودل دست‌نیافتنی می‌شود. پیش از بیان قضایای گودل، نیاز است که برخی مفاهیم تعریف شوند.

سیستم صوری

به‌طورکلی، برخی از نظریه‌ها با به‌کارگیری اصولی بنا نهاده می‌شوند که به آن‌ها **اصول موضوعه** (Axioms) یا حقایق ابتدایی (Primitive Truths) گفته می‌شود. این اصول بدون اثبات پذیرفته می‌شوند؛ برای نمونه می‌توان از اصل موضوعهٔ «از دو نقطه فقط یک خط مستقیم عبور می‌کند» در هندسهٔ اقلیدسی نام برد. از اصول موضوعه در اثبات قضایای جدید استفاده می‌شود.

سیستمی مرکب از مجموعه‌ای از اصول موضوعه و مجهز به قواعد استنتاج را **سیستم صوری** (Formal System) می‌گویند؛ برای نمونه می‌توان از زبان‌های برنامه‌نویسی کامپیوتری نام برد که به آن‌ها **زبان‌های صوری** نیز می‌گویند. زبان صوری، زبانی است که به‌وسیلهٔ یک سیستم صوری تعریف می‌شود و دربرگیرنده دو جنبه است:

ـ **معنایی** (Semantic): مفهوم واژه‌ها یا عبارات در آن زبان؛

ـ **نحوی** (Syntax): مجموعه‌ای از گزاره‌های صحیح در آن زبان.

«از دیدگاه نحوی محض، سیستم‌های صوری در ریاضی می‌توانند با محاسبات شناسایی شوند و برعکس».[1] طرح یک سیستم صوری برای بیان مسئله‌ای به زبان ریاضی است تا بتوان آن را به‌طور دقیق مطالعه کرد. در اصل برای ایجاد یک سیستم صوری به مدل‌سازی آن در زبان

1. See: Svozil, 2011.

ریاضی نیاز است. در این مدل‌سازی باید در مقابل، اشیاء صوری به‌درستی به عناصر ریاضی مناسب نسبت داده شوند؛ همچنین عبارت‌های ریاضی مناسب مانند قضایا، لم‌ها، تعاریف و غیره به وجود آیند و در پایان بتوان آن‌ها را برابر با قواعد استنتاج اثبات کرد.

نظریهٔ اصل موضوعی بازگشتی

یک **نظریهٔ اصل موضوعی** (Axiomatic Theory)، یک سیستم صوری است که یک نظریهٔ ریاضی را نشان می‌دهد؛ یعنی مجموعه‌ای از نتایج که مرتبط به اشیائی از یک نوع است. «نظریهٔ اصل موضوعی» بر روی یک مجموعه از اصول موضوعه‌ای بنا نهاده شده است که فرمول‌هایی دارند و اشیاء و روابط میان آن‌ها را بر پایهٔ نظریه تعریف می‌کنند. «نظریهٔ اصل موضوعی» با استفاده از اصول موضوعه و با به کار بردن قواعد استدلال، قضایای نظریه را اثبات می‌کند.

برای انجام تصمیم‌گیری به‌صورت مکانیکی به‌وسیلهٔ ماشین (کامپیوتر)، مجموعه‌ای از اصول موضوعه نیاز است؛ به‌عبارت‌دیگر باید الگوریتمی ایجاد شود که بتواند تعیین کند آیا یک گزاره یک اصل موضوعه است یا خیر. اگر این شرط برقرار باشد به آن نظریه، نظریهٔ **اصل موضوعی بازگشتی** (Recursively Axiomatizable) گفته می‌شود. عبارت‌های بازگشتی عبارت‌هایی هستند که به‌گونه‌ای سلسله‌وار مراتب بالاتر را تولید کنند؛ به‌عبارت‌دیگر با دستوری نحوی، یک کامپیوتر می‌تواند نتایج را تولید و چاپ کند؛ برای نمونه می‌توان از اصول موضوعهٔ پئانو (Peano Axioms) در اعداد طبیعی[1] نام برد. پئانو، ریاضی‌دان ایتالیایی در قرن نوزدهم، نُه اصل موضوعه در مورد اعداد طبیعی بیان می‌کند که آن یک نظریهٔ اصل موضوعی بازگشتی است؛ چون در آن الگوریتمی وجود دارد که می‌توان تصمیم گرفت آیا یک «فرمول» یا «گزاره» یک اصل موضوعه است؟ برای نمونه، به اصول نه‌گانهٔ حساب پئانو می‌توان اصل موضوعهٔ دیگری نیز اضافه کرد؛ مانند «هر عدد زوج بزرگ‌تر از ۲ را می‌توان به‌صورت حاصل‌جمع دو عدد اول نوشت» که به «حدس گلدباخ» (Goldbach Conjecture) معروف است؛ مانند ۷+۵=۱۲.

---

۱. مجموعهٔ اعداد طبیعی: {0,1,2,3,4,...}.

قضایای ناتمامیت گودل

قضایای ناتمامیت گودل در مورد حساب بیان شده‌اند. او پیش از بیان قضایا در سال ۱۹۳۱ میلادی، مفهوم «حساب» را این‌گونه بیان می‌کند: رابطه‌ای که بتوان آن را برحسب عبارت‌هایی از مفاهیم جمع و ضرب و برخی ثابت‌های منطقی نوشت رابطه‌ای **حسابی** است.[۱] او سپس قضیه‌ای را که «هر رابطهٔ بازگشتی حسابی است» (Feferman et al., 1986: 183) اثبات می‌کند.

پیش از بیان قضایای گودل نیاز است مفهوم دو اصطلاح دیگر که او به‌کاربرده است به‌طور مقدماتی بیان شود؛ هرچند در ادامهٔ بحث این مفاهیم کامل‌تر بحث خواهند شد. یکی از این دو اصطلاح **تمامیت** (Completeness) است. تمامیتِ یک سیستم صوری بدین معناست که هر گزاره یا نقیض آن در زبان این سیستم قابل اثبات باشد. اصطلاح دیگر **سازگار بودن** (Consistency) است. یک سیستم صوری سازگار است، اگر گزاره‌ای در این سیستم وجود نداشته باشد که هم خود آن گزاره و هم نقیض آن در سیستم قابل اثبات باشند؛[۲] به‌عنوان یک نتیجهٔ منطقی، هر سیستم صوری «تمام»، سازگار است.

نکتهٔ پایانی در اینجا و پیش از بیان قضایای ناتمامیت گودل، تعریف سیستم صوری ازنظر گودل است: یک سیستم صوری، سیستمی است که دارای خواص زیر باشد:[۳]

۱. به‌گونه‌ای شمارش‌پذیر اصل موضوعه داشته باشد؛ یعنی تعداد اصول موضوعهٔ آن بی‌نهایت نباشند؛
۲. به‌اندازه کافی بزرگ باشد که دربرگیرنده حساب شود؛ یعنی سیستم صوری دربرگیرنده تمام نمادها و اصول موضوعهٔ به‌کاربرده شده در حساب باشد؛
۳. سازگار باشد.

در این تعریف، سیستم صوری گودل حسابی، به‌اندازه کافی بزرگ، سازگار و دارای اصول موضوعهٔ زیاد، ولی محدود است. اکنون به بیان قضایای گودل می‌پردازیم. در قضیهٔ یکم، گودل ناتمامیت این سیستم را بیان می‌کند و در قضیهٔ دوم، اثبات می‌کند که این سیستم ناسازگار است.

---

1. See: Feferman et al., 1986: 182.
2. See: Raatikainen, 2015: 1.
3. See: Svozil et al., 2005.

در قضیهٔ یکم، گودل ناتمامیت هر سیستم صوری را به‌طور «نحوی» در منطق محمولات (First Order Logic) نشان می‌دهد؛ زیرا عبارت‌هایی قابل بیان در زبان منطق محمولات وجود دارند که نه می‌توان آن‌ها را به‌وسیلهٔ اصول موضوعه اثبات کرد و نه می‌توان رد کرد؛ برای نمونه برای رد یا قبول حدس گلدباخ که در سطور گذشته بیان شد، هیچ اثباتی نیست؛ درحالی‌که این حدس برای ارقام زوجِ زیادی صادق و هنوز نقض آن مشاهده نشده است. بیان قضیهٔ یکم گودل عبارت است از:

قضیهٔ یکم ناتمامیت گودل:[1] هر نظریهٔ اصل موضوعی بازگشتی که سازگار باشد و بتوان آن را به‌صورت حساب مقدماتی فرمول‌بندی کرد، **ناتمام** است؛ یعنی می‌توان گزاره‌ای ساخت که در این نظریه نه رد می‌شود و نه اثبات؛ برای نمونه اگر شرط شود که گزارهٔ درست خوانده شوند، آنگاه گزارهٔ «این گزاره غلط است» اگر صحیح باشد، غلط است و اگر غلط باشد، صحیح است.[2] اکنون آیا می‌توان آن را خواند؟ در ادامه قضیهٔ دوم گودل بیان می‌شود:

قضیهٔ دوم ناتمامیت گودل:[3] اگر «الف» یک نظریهٔ صوری سازگار باشد و بتوان آن را به‌صورت حساب فرمول‌بندی کرد، سازگاری «الف» به‌وسیلهٔ خود آن قابل اثبات نیست.

قضیهٔ دوم قوی‌تر از قضیهٔ یکم است؛ چون بر بیان قضیهٔ یکم ساخته‌شده است. همچنین، این قضیه بیشتر دارای جنبهٔ حسابی نسبت به قضیهٔ یکم است، چون تحت شرط بسیار ضعیف‌تری قرار داده‌شده است. شرط این است: «الف» سازگار است؛ ولی خودسازگار نیست؛ یعنی اثبات سازگاری باید در خارج از سیستم صوری انجام شود. این قضیهٔ دوم کاملاً برنامهٔ سازگاری هیلبرت را ـ که بر مبنای اثبات سازگاری سیستم صوری به‌وسیلهٔ خود سیستم است ـ تخریب می‌کند؛ درحالی‌که قضیهٔ یکم برنامهٔ پایستگی هیلبرت را انجام نشدنی می‌داند.[4]

به‌طور گزیده، تمامیت نظریه به این معناست که تمام اصول موضوعه در نظریه تعریف‌شده‌اند یا به‌عبارت‌دیگر، در زبان نظریه برای هر گزاره یا نقیض آن بتوان یک قضیهٔ صحیح شکل داد.

---

1. See: Smorynski, 1977: 825.
2. See: Smith, 2005: 3.
3. See: Smorynski, 1977: 825.
4. See: Smorynski, 1977: 822.

معنای سازگار بودن نظریه این است که هیچ دو قضیه‌ای در نظریه وجود نداشته باشند که همدیگر را نقض کنند؛ به‌عبارت‌دیگر یک سیستم سازگار است اگر نتوان اثبات کرد که گزاره و نقیض آن، هر دو باهم صحیح هستند؛ یعنی فقط بتوان نشان داد که یا گزاره صحیح است یا نقیض آن. همچنین، می‌توان تصمیم‌پذیر (Decidable) بودن هر گزاره را این‌چنین تعریف کرد که در زبان سیستم بتوان درست یا غلط بودن آن گزاره را اثبات کرد.

هر علمی اصطلاحات خاص خود را دارد که ممکن است در شاخه‌ای دیگر از علم مفهوم متفاوتی داشته باشد. «سیستم» و «کامل بودن» دو اصطلاحی هستند که در فیزیک به کار می‌روند و مفهوم آن‌ها با آنچه در منطق و بیان گودل می‌آید، متفاوت است. در ادامه به تعریف این مفاهیم در فیزیک پرداخته خواهد شد.

مفهوم «سیستم» و «کامل بودن» در مکانیک کوانتومی

در فیزیک کلاسیکی و کوانتومی هنگامی‌که واژهٔ سیستم به‌کاربرده می‌شود منظور از آن **سیستم فیزیکی** یا **حالت سیستم فیزیکی** است که به هر چیزی که به‌اندازه کافی ایزوله باشد؛ مانند یک ولت‌متر، الکترون یا مولکول گویند. در واقع این مفهوم آن‌قدر روشن است که یک مفهوم پیشینی (A Priori) فرض می‌شود.[1] در مکانیک کوانتومی مفاهیم سیستم و حالت بسیار به کار می‌رود و سودمندند، ولی کاربرد آن‌ها نیازمند دقت است. هنگامی‌که واژهٔ سیستم در مکانیک کوانتومی به کار می‌رود، نباید پنداشت که این سیستم به‌ناچار با «حالت» های معلوم یا نامعلوم تعریف‌شده است؛ به‌عبارت‌دیگر یک سیستم در طول زمان تعداد معینی خواص معلوم یا نامعلوم (مانند تکانه، اسپین در یک‌جهت خاص و ...) که متعلق به آن باشد، ندارد.[2] نکتهٔ دیگر اینکه، در به‌کارگیری تعبیر آماری از مکانیک کوانتومی، به‌جز در حالت‌های خاص، هیچ پیش‌بینی‌ای روی سیستم‌های منفرد انجام نمی‌شود؛ بنابراین در این تعبیر، پیش‌بینی‌های مکانیک کوانتومی بیشتر بر پایه **فراوانی آماری** (Statistical Frequencies) یا **احتمال** است؛ ازاین‌رو در این تعبیر به‌جای مفهوم سیستم، مفهوم آنسامبل (مجموعه‌ای از سیستم‌های یکسان غیر برهم‌کنشی) به

1. See: D'Espagnat, 1999: 14.
2. See: D'Espagnat, 14.

کار می‌رود. دو نفر به نام‌های فینکلشتین[1] و هارتل[2] به‌طور مستقل از یکدیگر قضیه‌ای را اثبات می‌کنند که در صورت صدق شرایط این قضیه، امکان توصیف یک سیستم منفرد به‌وسیلهٔ مکانیک کوانتومی وجود خواهد داشت.

مکانیک کوانتومی، **کامل بودن** را در توانایی توصیف حالت‌های ممکن سیستم در فضای هیلبرت می‌داند.[3] با توجه به تعریف کامل بودن، هنگامی‌که اینشتین می‌گوید مکانیک کوانتومی کامل نیست، یعنی اینکه ممکن است برای تعیین حالت سیستم، اطلاعاتی مورد نیاز باشد که در شکل فعلی مکانیک کوانتومی تعیّن آن‌ها ممکن نیست؛ یعنی هنوز سیستم خواصی دارد که مکانیک کوانتومی آن‌ها را نمی‌شناسد؛ ازاین‌رو مکانیک کوانتومی دارای بیانی احتمالی از حالت سیستم است. این نکتهٔ اینشتین به تعبیر متغیرهای پنهان انجامیده است. با این رویکرد، دیوید بوهم[4] تعبیری دترمینیستی از مکانیک کوانتومی ارائه می‌دهد.[5] در ادامهٔ بحث، تفسیر سخن اینشتین از کامل بودن بیان خواهد شد.

اینشتین، پودولکسی و روزن، ناکامل بودن مکانیک کوانتومی را در مقاله‌ای که مشهور به EPR (حروف ابتدایی نام سه نویسنده مقاله) است، این‌گونه عنوان می‌کنند: «هرگاه بدون اختلال در سیستمی بتوانیم با قطعیت (احتمال مساوی با ۱) مقدار کمیتی فیزیکی را پیش‌بینی کنیم، پس بنابراین یک عنصری از واقعیت فیزیکی، متناظر با این کمیت است».[6] اصل دیگری که در این مقاله به‌صورت تلویحی مفروض می‌باشد، اصل جداپذیری است. اصل جداپذیری را این‌گونه می‌توان بیان کرد: «اگر یک سیستم فیزیکی در مدت‌زمانی به‌طور مکانیکی، الکترومغناطیسی و غیره از سیستم‌های دیگر ایزوله بماند پس تحول خواص آن درون این بازهٔ

---

1. See: Finkelstein, 1963.
2. See: Hartle, 1968.
3. See: Dirac, 1967: 49.
4. See: Bohm, 1952.

۵. او ذره را معین در زمان و مکان در نظر می‌گیرد، ولی آن را تحت تأثیر میدان‌هایِ نیرویی که احتمالی هستند قرار می‌دهد. اگر تعبیر بوهم درست باشد آنگاه احتمالی بودن مفهوم نیرو ـ ازآنجایی‌که مطابق بیان نیوتن یک «اندازه» است و مفهومی هستی‌شناسانه نیست (Janiak: 81) ـ مشکلی به وجود نمی‌آورد؛ چون احتمالات دیکته شده توسط مکانیک کوانتومی دیگر عینی نمی‌باشند.

6. See: EPR, 1935.

زمانی نمی‌تواند به‌وسیلهٔ عملیات روی سیستم‌های دیگر متأثر شود.» (D'Espagnat, 1999: 81) با در نظر گرفتن این دو اصل و این نکته که تابع موج در مکانیک کوانتومی که توصیف‌کنندهٔ حالت‌ها و خواص سیستم است، دارای جنبهٔ احتمالی می‌باشد، اینشتین و همکارانش در مقالهٔ EPR چنین نتیجه می‌گیرند:

الف. مکانیک کوانتومی یا نمی‌تواند توصیف کاملی از **واقعیت خارجی** بدهد؛ به‌عبارت‌دیگر ناکامل است و یا اینکه: ب. توصیف به‌طور هم‌زمان دو کمیت متفاوت از یک خاصیت فیزیکی نمی‌تواند بیان‌گر **واقعیت** باشد؛[1] چون واقعیت یک‌چیز است و یک مقدار دارد.

تصمیم‌ناپذیری، پیش‌بینی‌ناپذیری و اندازه‌گیری

تصمیم‌ناپذیری و پیش‌بینی‌ناپذیری، به ترتیب دو اصطلاح در منطق و فیزیک هستند که ممکن است به‌اشتباه به‌جای هم به‌کاربرده شوند. در ادامه بحث، نخست تعاریف دقیق دو مفهوم تصمیم‌ناپذیری و پیش‌بینی‌ناپذیری ارائه و سپس ارتباط و افتراق آن‌ها توضیح داده خواهد شد.

تصمیم‌ناپذیری

تصمیم‌ناپذیری منطقی از آنجایی برمی‌آید که صحت یا سقم یک عبارت نمی‌تواند اثبات شود؛ برای نمونه می‌توان حاصل این عبارت را در نظر گرفت:[2]

$$۱-۱+۱-۱+۱-۱+\cdots$$

سه‌نقطه ($\cdots$) به این معناست که این عبارت همان‌گونه تا بی‌نهایت ادامه دارد. اکنون اگر این عبارت به‌صورت زیر نوشته شود:

$$(۱-۱)+(۱-۱)+(۱-۱)+\cdots$$

حاصل آن **صفر** می‌شود و اگر به‌صورت زیر ـ که مطابق قواعد «سری‌های بی‌نهایت» مجاز است ـ نوشته شود حاصل آن **یک** می‌شود:

1. See: EPR, 1935.
2. See: Barrow, 2011: 255.

$$۱-\{(۱-۱)+(۱-۱)+(۱-۱)+\cdots\}=۱-\{۰\}=۱$$

از دو محاسبهٔ بالا **تناقض** ($0 = ۱$) رخ می‌دهد که دلیل آن در مشخص نشدن فرایندی است که در آن انجام عملیات جمع و تفریق صورت پذیرفته است. کوشی (Cauchy)، ریاضی‌دان فرانسوی، در اوایل قرن نوزدهم میلادی نشان داد که در جمعِ سری‌هایی این‌چنین نیاز است مفهومی را که از این جمع حاصل می‌شود، مشخص کرد. در نمونه بالا حاصل‌جمع فرق می‌کند؛ زیرا اصول موضوعه متفاوت‌اند.[۱]

پیش‌بینی‌ناپذیری

اصل علیت طبیعی در فیزیک و مکانیک کلاسیک بدین مفهوم است که اگر حالت کنونی (حال) سیستم را بدانیم، می‌توانیم حالت بعدی آن را با توجه به قوانین طبیعی پیش‌بینی کنیم؛[۲] درحالی‌که در مکانیک کوانتومی حالت‌های حتمی و مشخصِ آیندهٔ ذرات اتمی و زیرِ اتمی از حالت‌های قبلی آن‌ها غیرقابل‌پیش‌بینی است؛ به‌عبارت‌دیگر حالت آینده با «احتمال» بیان می‌شود.[۳]

ون نیومن (Von Newmann) می‌گوید: «همان‌گونه که مشاهده و تجربه ما را مجبور به پذیرش فرمالیزم حاضر مکانیک کوانتومی می‌کند، ولی کامل کردن این فرمالیزم با توصیفی دترمینیستی از فرایندهای فیزیکی ناممکن است». (Jammer, 1966: 369) همچنین، ماکس بورن بیان می‌کند که «حالت کوانتومی به‌طور دترمینستی تحول [زمانی] می‌یابد؛ درحالی‌که حرکت ذرات با قوانین احتمال مطابقت دارد، ولی همین احتمال با قانون علیت در زمان تحول می‌یابد» (Jammer, 1966: 302)؛ یعنی دانش ما از حالت سیستم در زمان‌های بعدی، به‌صورت دترمینیستی از توزیع حالت در زمان‌های قبلی به دست می‌آید.

به‌راستی، چگونه پیش‌بینی‌ناپذیری می‌تواند وجود واقعیت خارجی را به چالش بکشد؟ فرض پیش‌بینی‌پذیری بر پایه اینکه واقعیت خارجی مستقل از ذهن ما وجود دارد، بنانهاده شده است؛

1. See: Barrow, 2011: 255.
2. See: Laplace, 2009: 3-4.
3. See: D'Espagnat, 1999: 23.

بنابراین در پیش‌بینی‌ناپذیری پدیده به مشاهده وابسته می‌شود و این پرسش مطرح می‌شود که آیا اندازه‌گیری (مشاهده) ممکن است مقدار اندازه‌گیری شده را ایجاد کند؟ نیاز به یادآوری است که در اینجا اصل علیت حداقلی یعنی اینکه «حداقل برخی سیستم‌های فیزیکی وجود دارند که دارای خواصی ذاتی هستند» (D’Espagnat, 1999: 93) در نظر گرفته شده است که منظور از خواص ذاتی، خواص مستقل از ناظر هستند؛ مانند جرم که به‌وسیلهٔ نیوتن استفاده شد. در واقع، نیوتن جنبهٔ هستی‌شناختی نظریه‌اش را به جرم یا مقدار ماده می‌دهد.[1] به‌عبارت‌دیگر، نیوتن با نسبت دادن جرم به اجسام به آن‌ها شخصیت (قابلیت اثرگذاری) می‌دهد؛ به‌طوری‌که می‌توانند بر هم اثر متقابل بگذارند (برای نمونه تأثیر خورشید بر زمین که به چرخش زمین به دور آن می‌انجامد). دکارت این شخصیت را برای اجسام قائل نبوده است. ازنظر او کمیت ماده به وزن یا سختی آن‌ها بستگی ندارد؛ بلکه تنها به امتداد آن‌ها بستگی دارد که همیشه در یک ظرف مساوی است. ازاین‌رو، او تفاوتی میان یک ظرفی که از طلا یا سرب یا هوا پر شده باشد قائل نیست.[2] مفهوم جرم به‌عنوان یک اصل هستی‌شناسانه در مکانیک نیوتنی، موجب جدایی فضا و اجسام از یکدیگر و همچنین امکان تعریف اصل علیت طبیعی بر پایه تأثیر متقابل اجسام بر یکدیگر و حذف متافیزیک شد؛ امری که در مکانیک کوانتومی نقض می‌شود. در ادامه، بیشتر به این مسئله پرداخته خواهد شد.

پیش‌بینی‌ناپذیری، از خاصیتِ موجی‌بودن نتیجه شده است که در سال ۱۹۲۳ میلادی به‌وسیلهٔ لویی دوبروی به ذرات نسبت داده شد.[3] برابر با این تعبیر، نوعی هم‌ارزی میان موج و ذره وجود دارد؛ یعنی بیان می‌کند که «ذره موج است».

در فیزیک، تفاوت موج و ذره در تمیزپذیری ذرات و تمیزناپذیری امواج از هم است؛ به‌عبارت‌دیگر دو گوی کاملاً مشابه، کاملاً تمیزپذیرند؛ درحالی‌که صحبت هم‌زمان دو یا چند نفر تفکیک‌ناپذیر است و همهمه ایجاد می‌کند (به دلیل خاصیت موجی صوت). تمایزپذیری و خاصیت ذره‌ای میراث نیوتون بود که با تمیز دادن ذرات، تأثیر متقابل ذرات بر یکدیگر را تبیین کرد.

1. See: Newton, 1999: 795.
2. See: Descartes, 1706, Partie II, Principe 4:73.
3. See: De Broglie, 1925.

نتیجهٔ موجی‌بودن تداخل است که از آن برهم‌نهی (ترکیب) حالت‌های ممکن و گهگاه متضاد در تابع موج را ـ که بیانگر حالت سیستم است ـ به‌طور هم‌زمان می‌دهد؛ برای نمونه آزمایش گربه شرودینگر[1] را مطرح می‌کنیم. در این آزمایش ذهنی، گربه‌ای در درون جعبه‌ای به همراه اتمی ناپایدار و تفنگی قرار دارد. اتم ناپایدار به‌احتمال پنجاه‌درصد ممکن است در زمانی معلوم (برای نمونه یک دقیقه) واپاشی کند. در صورت واپاشی، اتم کلیدی که ماشهٔ تفنگ را آزاد می‌کند، باز می‌شود و گربه کشته می‌شود. درصورتی‌که اتم واپاشی نکند از تفنگ گلوله‌ای رها نمی‌شود و گربه زنده می‌ماند. مکانیک کوانتومی پیش از مشاهده، حالت این سیستم (گربه) را ترکیبی از هر دو وضعیتِ «زنده بودن» و «مرده بودن» گربه می‌داند که پیش‌بینی بسیار عجیبی است![2] این سیستم یک سیستم دو حالته است که مکانیک کوانتومی امکان رخ دادن هر دو حالت را با احتمال پنجاه‌درصد محتمل می‌داند؛ بنابراین مکانیک کوانتومی به ما امکان پیش‌بینی حالت آیندهٔ سیستم (با احتمال صفر یا یک) را نمی‌دهد. اکنون اگر پس از یک دقیقه در جعبه را بازکنیم (انجام اندازه‌گیری) به یکی از دو وضعیت خواهیم رسید: گربه **یا** زنده است **یا** مرده. تعابیر بوهر و آماری از این پدیده در بخش اندازه‌گیری ارائه می‌شود.

بنابراین، برخلاف مکانیک کلاسیکی، در مکانیک کوانتومی با دانستن حالت فعلی سیستم، حالت آیندهٔ آن قابل پیش‌بینی نیست (در نمونه یادشده پیش‌بینی زنده ماندن یا مردن گربه ممکن نیست) و اصل علیت طبیعی که در آغاز بخش بیان شد، نقض می‌شود. در تصمیم‌ناپذیری اصل علیت نقض نمی‌شود، بلکه خود گزاره ناقض خودش است؛ برای نمونه عبارت «این جمله غلط است» ازنظر علّی ناقض خودش است.

اندازه‌گیری

در مکانیک کوانتومی اندازه‌گیری یکی از مباحث با اهمیت و منشأ پیش‌بینی‌ناپذیری است. با

1. See: Schrödinger, 1935.

۲. در آزمایشی که در سال ۲۰۰۷ میلادی انجام شد سرژ اروش نشان داد که گربه (در آزمایش فوتون) هم زنده است و هم مرده (Haroche, 2013) برای این آزمایش در سال ۲۰۱۲ میلادی به او جایزه نوبل فیزیک داده شد.

توجه به اصل دوبروی در اندازه‌گیری، سیستم با ابزار (مشاهده‌گر) تداخل می‌کند؛ به‌عبارت‌دیگر اندازه‌گیری باعث اختلال در سیستم و یا در برخی موارد باعث نابودی سیستم می‌شود. ازاین‌رو برخی باورمندند که «مکانیک کوانتومی فقط در مورد آنسامبلی از ذرات یکسان پیش‌بینی انجام می‌دهد.» (D’Espagnat, 1999: 163) ماکس بورن در این مورد عنوان می‌کند که معادلهٔ شرودینگر، به این پرسش که پس از برخورد، سیستم چه حالتی دارد؟ پاسخی ندارد و تنها به این پرسش پاسخ می‌دهد که با کدام احتمال سیستم خروجی خاصی را دارد؟[1] او سپس بیان می‌کند:

> [...] در اینجا مشکل کامل نادترمینیستی به وجود می‌آید. از دیدگاه مکانیک کوانتومی، کمیتی که در مورد هر سیستم منفرد، پیامد برخورد را به‌طور علّی ثابت کند، وجود ندارد؛ ولی به‌طور تجربی، ما هیچ دلیلی نداریم که برخی از خواص داخلی اتم، یک خروجی برای برخورد تعیین می‌کنند. ما باید امیدوار باشیم که در آینده این‌چنین خواصی (مانند فاز یا حرکات داخلی اتم‌ها) را کشف کنیم و آن‌ها را در موارد سیستم‌های منفرد تعیین کنیم؟ یا باید باور کنیم که در هماهنگی‌ای از پیش تعیین‌شده شرایط تطابق میان نظریه و تجربه ـ به‌صورت ناممکن بودن تجویز شرایط برای تحولی علّی ـ وجود ندارد؟ من دترمینیسم را در جهانی از اتم‌ها رد می‌کنم؛ ولی این یک پرسش فلسفی است و برای بحث‌های فیزیکی صِرف تعیین‌کننده نیست.[2]

در فرایند اندازه‌گیری برخورد میان سیستم و ابزار اندازه‌گیری روی می‌دهد. در مورد آزمایش گربه شرودینگر، بوهر اندازه‌گیری را عامل انتخاب میان یکی از دو وضعیت (زنده یا مرده بودن) می‌داند. ازنظر او پس از باز کردن در جعبه و انجام اندازه‌گیری، سیستم با ابزار اندازه‌گیری برهم‌کنش می‌کند که درنتیجهٔ این برهم‌کنش یکی از دو حالت ممکن انتخاب می‌شود. در اینجا، ملاحظه می‌شود که چگونه وجود شیء به مشاهده مرتبط می‌شود؛ یعنی در واقعیت به وجود آمده پس از اندازه‌گیری، ابزار اندازه‌گیری مؤثر بوده است. همچنین تعبیر دیگر، تعبیر آماری

1. See: Born: 1926.

۲. متن از ترجمه انگلیسی این مقاله در (Wheeler and Zurek, 1983: 54) ترجمه شده است(See: Born: 1926).

است. آنچه از ماکس بورن در آغاز بخش آوردیم مکانیک کوانتومی در مورد آنسامبلی از سیستم‌هاست و نه یک سیستم منفرد؛ چون در این تعبیر، تکرار آزمایش، فراوانی هر یک از حالت‌های ممکن را می‌دهد؛ یعنی در تعدادی از آزمایش‌ها گربه زنده می‌ماند (در اینجا پنجاه‌درصد آزمایش‌ها) و در تعدادی (پنجاه‌درصد) دیگر می‌میرد.

نکته‌ای که نیاز است برای تکمیل بحث این بخش به آن اشاره شود خودارجاعی عمل اندازه‌گیری در تعبیر آماری مکانیک کوانتومی است که می‌تواند شائبه ناتمامیت را در مکانیک کوانتومی به‌عنوان سیستمی خودارجاع ایجاد کند. برای نمونه از خودارجاعی، می‌توان «پارادوکس دروغ‌گو» (Liar Paradox) در منطق را ذکر کرد: «اپیمندس (Epimenides) یکی از اهالی کرت می‌گوید: همهٔ کرتی‌ها دروغ‌گو هستند». در ادامه به شرح این نکته پرداخته می‌شود.

در تعبیر آماری از مکانیک کوانتومی ارائه‌شده توسط ویگنر، جسم و ابزار اندازه‌گیری تشکیل سیستمی را می‌دهند که متقابلاً بر یکدیگر تأثیرگذارند. اگر مشاهده‌گرها (ناظرها) بخشی از سیستم باشند در این وضعیت، فرایند اندازه‌گیری به‌طور تقارنی است و اطلاعات میان مشاهده‌گر و جسم به‌گونه‌ای دوسویه تبادل می‌شود.[1] تمایزی که این ساختار متقارن میان مشاهده‌گر و جسم ایجاد می‌کند، صرفاً قراردادی است.[2] جداسازی میان مشاهده‌گر و جسم با تبادل اطلاعات به وجود می‌آید؛ بنابراین ابزار اندازه‌گیری به یکی از دو زیرسیستم وابسته است که بر پایهٔ نظر ویگنر، سیستم بزرگ‌تر ـ که بیشتر کلاسیکی و به مشاهده‌گر خودآگاه متصل است ـ محیط انتخاب می‌شود و زیرسیستم باقیمانده جسم است.[3] در ارتباط با مشاهده‌گرهای ذاتی، جسم و محیط اجزای یک سیستم بزرگ‌ترند؛ بنابراین عمل اندازه‌گیری به‌نوعی خودارجاع می‌باشد که وضعیتی پارادوکسی است.

خودارجاعی در جدل علیه حل‌پذیریِ عمومی مسئلهٔ استقراء و همچنین تصمیم‌ناپذیری سیستم‌های فیزیکی و رفتار آن‌ها به‌کاررفته است؛[4] زیرا ناتمامیت سیستم‌های خودارجاع ذاتی

1. See: Svozil, 2011.
2. See: Svozil, 2002.
3. See: Wigner, 1983.
4. See: Svozil, 2011.

مطابق قضایای گودل اثبات شده‌اند؛ ولی اینکه این قضایا در مورد سیستم‌های فیزیکی قابل استفاده و کاربرد هستند، برای خود گودل نیز مورد تردید است. گودل همچنین در جواب نامه‌ای (به باراک) بیان می‌کند توصیف مکانیزم از توصیف مراحل انجام مکانیزم (برای نمونه، الگوریتم در محاسبات، مراحل انجام مکانیزم را توصیف می‌کند که با اعمال آن کامپیوتر می‌تواند محاسبات را انجام دهد) مجزا است و باید میان آن‌ها تفاوت قائل شد.[۱] او همچنین عنوان می‌کند که به دلیل ناممکن بودن توصیف رفتار ماشین تورین جهانی (همین کامپیوترهای موجود) ممکن است توصیف تمامِ خواص داده شده در تمام لحظات قابل‌شمارش، توصیف «تمام» فرض شود. به‌راستی، این پیش‌فرض که تمامیت تنها برای توصیف‌های تصمیم‌پذیر فرض می‌شود، به‌نوعی متناهی (Finitistic) فکر کردن است. ماشین تورین جهانی نامتناهی (بی‌کران) است و می‌توان آن را حالتِ حد به سمت بی‌نهایت مکانیزم‌های محدود فرض کرد.[۲] از نامه گودل این‌گونه استنتاج می‌شود که او اولاً، نظریه‌های فیزیکی ازجمله مکانیک کوانتومی را که موضوع این نامه است، به‌عنوان مکانیزم‌های متناهی می‌دانسته و قضایای خودش را در مورد آن‌ها قابل استفاده نمی‌دانسته است. ثانیاً، توصیف اندازه‌گیری در تعبیر آماری مکانیک کوانتومی خودارجاع است نه توصیف مکانیزم انجام آن. به‌عبارت‌دیگر، آنچه به حساب مرتبط می‌شود و محل صدق قضایای گودل است الگوریتم یا توصیف مراحل انجام است. اکنون در مرحله‌ای هستیم که می‌توان درباره تمامیت و مکانیک کوانتومی بحث کرد.

مکانیک کوانتومی و ناتمامیت

با تعریف‌های ارائه‌شده در بخش‌های گذشته، می‌توان ملاحظه کرد که سیستم‌ها در فیزیک اشیاء هستند که دارای خواصی می‌باشند؛ درحالی‌که سیستم صوری مجموعه‌ای از اصول موضوعه است که عناصر آن می‌توانند سیستم‌های فیزیکی یا حتا انتزاعی باشند؛ ولی آیا مکانیک کوانتومی یا به‌طورکلی نظریه‌ها در فیزیک می‌توانند به‌صورت یک سیستم صوری در نظر گرفته شوند و قضایای گودل در مورد آن‌ها به‌کاربرده شود؟

---

1. See: Von Neumann, 1966: 55.
2. See: Von Neumann, 1966: 55.

پیش از پاسخ به این پرسش، بیان ارتباط یا افتراق میان تعریف کامل بودن یک نظریه (نظر اینشتین) و تمامیت آن (نظر گودل) مهم است.[۱] ازنظر گودل همان‌گونه که گفته شد، تمامیت نظریه به معنای وجود اثبات برای گزاره یا نقیض آن در نظریه است که این امر به تصمیم‌پذیری می‌انجامد؛ ولی ازنظر اینشتین، کامل بودن یک نظریه به معنای وجود یک واقعیت خارجی متناظر با کمیت فیزیکی در جهان خارج و پیش‌بینی همراه با قطعیت آن به‌وسیلهٔ نظریه است. درباره ارتباط قضایای گودل با فیزیک می‌توان چند سناریو زیر را در نظر گرفت:[۲]

- جهان فیزیکی تنها بخش تصمیم‌پذیر ریاضی را به کار می‌گیرد؛ ازاین‌رو قضایای گودل در مورد آن صدق نمی‌کند.
- شرایطی که قضایای ناتمامیت گودل به آن‌ها نیاز دارند در نظریه‌های فیزیکی به کار نمی‌روند؛ برای نمونه شرط یکم سیستم صوری این بود که اصول موضوعه محدود باشند و بتوان آن‌ها را لیست کرد. قوانین فیزیکی می‌توانند در این مفهوم لیست‌ناپذیر باشند؛ زیرا تاکنون ما همهٔ قوانین فیزیک را نشناخته‌ایم.
- محدود بودن جهان فیزیکی و امکان‌های آن: هرچند ممکن است کمیت‌های ابتدایی که قوانین به آن‌ها اشاره دارند، زیاد باشند؛ ولی هنگامی‌که تعداد آن‌ها محدود باشد، یعنی بی‌نهایت نباشد تمامیت سیستم مورد پرسش نیست.
- شرط دوم ناتمامیت گودل نیز در قوانین فیزیک ملاحظه نمی‌شود. فیزیک یک ساختار خیلی بزرگ همانند حساب ندارد.
- در مورد سیستمی همچون حساب پئانو، قوانین ساده هستند؛ ولی در فیزیک قوانین پیچیده‌اند و روشن نیستند؛ زیرا آن‌ها از تجارب ما بسیار دور هستند. استنتاج قوانین از خروجی‌های آزمایش‌ها چیزی نیست که بتوان به‌طور یگانه و کامل از برنامه‌های کامپیوتری انجام داد. تفاوت سیستم صوری و نظریه‌های فیزیک را می‌توان این‌گونه بیان کرد که در ریاضی و منطق، تعریف یک سیستم از اصول موضوعه و قوانین استنتاج شروع می‌شود سپس با استفاده از آن‌ها

---

۱. در زبان انگلیسی برای هر دو واژهٔ کامل بودن و تمامیت لفظ Completeness به‌کاربرده شده است.

2. See: Barrow, 2011: 255.

می‌توان تمامیت سیستم را مورد پرسش قرار داد. در نظریه‌های فیزیکی، آزادی انتخابِ هر سیستم منطقی از قوانین وجود ندارد؛ بلکه سعی بر پیدا کردن یک سیستم خاص از قوانین و اصول موضوعه ـ اگر وجود داشته باشند ـ است که بتواند خروجی آنچه را مشاهده می‌شود، بدهد. بسیاری از گزاره‌های اثبات‌ناپذیر وجود دارند که ریاضی‌دانان و منطق‌دان‌ها از آن‌ها صرف‌نظر می‌کنند؛ درحالی‌که فیزیکدانان بیشتر از انجام «فرض‌ها» دوست دارند «کشف» کنند.

سناریوهای دیگری را نیز می‌توان در نظر گرفت:

ـ ناتمامیت سیستم صوری در فیزیک، به‌وسیلهٔ تقلیل مسئلهٔ تصمیم‌ناپذیری نظریهٔ موضوعی بازگشتی به اثبات‌پذیری ترجمه می‌شود. در اینجا «تقلیل» دلالت بر این دارد که تصمیم‌ناپذیری فیزیکی به تصمیم‌ناپذیری منطقی تقلیل یابد یا وصل شود؛ به‌عنوان‌نمونه از انجام محاسبات کامپیوتری و عددی در سیستم‌های فیزیکی می‌توان نام برد که این امر تقلیل سیستم فیزیکی به محاسبات، سیستم فیزیکی تقلیل یافته را دربرگیرنده هر نوع از حل‌ناپذیری در کامپیوترها می‌کند؛ مانند «مسئلهٔ توقف»؛[۱] بنابراین اگر در نظریه‌های علمی محاسبات عددی (کامپیوتری) انجام داده شود آن محاسبات در چهارچوب یک سیستم صوری قرار می‌گیرد.[۲]

ـ تارسکی نشان داده است که برخی سیستم‌های ریاضی که در فیزیک استفاده می‌شوند، تصمیم‌پذیرند؛ درحالی‌که برخی نظریات دیگر تصمیم‌ناپذیرند.[۳] این به معنای تصمیم‌ناپذیر بودن سیستم فیزیکی نیست.

ـ اگر جهان بزرگ ولی محدود در نظر گرفته شود قضایای گودل درباره آن به‌کاربرده نمی‌شود. اگر هم جهان بیکران فرض شود؛ این پرسش مطرح است که آیا می‌توان نظریه‌ای که آن را توصیف کند را به دست آورد؟ در اینجا دانشمندان به دو دسته تقسیم می‌شود؛ برای افرادی همچون دایسن و ویل که ظرفیت روح و ذهن بشر را بی‌نهایت می‌دانند این امر امکان‌پذیر است؛ ولی گروهی

---

۱. مسئلهٔ توقف (Halting Problem) بدین معنا است که یک برنامهٔ کامپیوتری با یک ورودی آیا پس از طی مراحلی، اجرای آن پایان می‌پذیرد یا برای همیشه ادامه دارد(See: Svozil, 2011).

2. See: Raatikainen, 2015: 1.
3. See: Tarski et al., 1953.

دیگر مانند پنرُز، لوکاس و جکی بر این باورند که ذهن انسان نمی‌تواند همه‌چیز را بداند.[1]

ـ در ریاضی و منطق، نخست سیستم اصول موضوعه و قواعد استنتاج تعریف می‌شود سپس سعی در نشان دادن تمامیت یا ناتمامیت سیستم و همچنین استنتاج چند قضیه از اصول موضوعه است. در فیزیک، این آزادی که هر سیستم منطقی از قوانین انتخاب شوند، وجود ندارد؛ ازاین‌رو برخی به‌جای تصمیم‌ناپذیری از لفظ معلوم‌ناپذیری (Unknowable) در مکانیک کوانتومی استفاده می‌کنند که در سه گستره، در نظر گرفته می‌شود:[2] کاتوره‌ای (راندوم) بودن رویدادهای منفرد، مکملیت و نامعین بودن مقدار (Value Indefiniteness) که در بخش معلوم‌ناپذیری در مورد آن بحث خواهیم کرد.

وجه مشترک این سناریوها، ممکن نبودنِ به کار بردن قضایای ناتمامیت گودل در نظریه‌های فیزیک و مکانیک کوانتومی است. علت این امر، منطبق نبودن شرایط صدق قضایای گودل در مکانیک کوانتومی است که به‌نوعی در هر سناریو کوشش شده، نشان داده شوند. همان‌گونه که سوزیل[3] بیان می‌کند، در گزاره‌های نظریهٔ کوانتومی، بحث تصمیم‌ناپذیری نیست، بلکه نامعلوم بودن است؛ برای نمونه در آزمایش گربهٔ شرودینگر وضعیت زنده بودن یا نبودن گربه مورد بحث است نه اینکه بخواهیم تصمیم بگیریم که گربه زنده بماند یا نه؛ درحالی‌که در مورد قضایای گودل در حساب و سیستم صوری ماشین (کامپیوتر) باید بتواند تصمیم بگیرد که گزاره را در صورت صحت شرط، چاپ کند. ازاین‌رو این دو سیستم قابل قیاس نیستند.

معلوم‌ناپذیری

همان‌گونه که گفته شد، معلوم‌ناپذیری در مکانیک کوانتومی سه گستره دارد: کاتوره‌ای بودن رویدادهای منفرد، مکملیت و نامعین بودن مقدار. در ادامه به شرح این سه گستره پرداخته و آشکار خواهد شد که این گستره‌ها ارتباطی با تصمیم‌ناپذیری و قضایای ناتمامیت گودل ندارند.

کاتوره‌ای بودن رویدادهای منفرد: در مثال گربه شرودینگر، مکانیک کوانتومی به‌طور آماری

1. See: Barrow, 2011: 266.
2. See: Svozil, 2011.
3. See: Svozil, 2011.

احتمال زنده بودن یا مرده بودن گربه شرودینگر را پیش‌بینی می‌کند؛ ولی درباره نتیجه متعاقب آزمایش (زنده ماندن یا مردن گربه) قادر به ارائه پیش‌بینی نیست؛ همان‌گونه که دانستن اینکه به‌احتمال پنجاه‌درصد، هنگامی‌که سکه‌ای را به بالا پرتاب می‌کنیم شیر یا خط خواهد آمد به ما پیش‌بینی اینکه نتیجه پرتاب سکه چیست را نخواهد داد. در بخش‌های گذشته از بورن بازگو شد که مکانیک کوانتومی برای سیستم‌های منفرد پیش‌بینی انجام نمی‌دهد، همچنین تحول زمانی سیستم کوانتومی علّی است.

در اینجا مشکلی که پیش می‌آید در اندازه‌گیری است. پس از اندازه‌گیری، سیستم (برای مثال گربه) یک حالت را از میان حالت‌های ممکن (زنده یا مرده) انتخاب می‌کند که فرایندی برگشت‌ناپذیر است، برخلاف تحول زمانی علّی تابع موج که فرایندی برگشت‌پذیر است. اکنون این پرسش مطرح می‌شود که آیا فیزیک کوانتومی یک تمایز «عینی» میان فرایندهای برگشت‌پذیر و برگشت‌ناپذیر ایجاد می‌کند؟ برخی از پاسخ‌ها عبارت هستند از: پاک کردن اندازه‌گیری کوانتومی و بازسازی حالت کوانتومی،[1] چند جهانی،[2] آنتروپی ون‌نیومن،[3] آنتروپی مشبک‌سازی شده پریگوژین[4] و غیره؛ ولی در واقع، تاکنون پاسخ دقیق و بدون ایراد به این پرسش داده نشده است. برای نمونه، اگر پاک کردن اندازه‌گیری کوانتومی و بازسازی حالت کوانتومی پذیرفته شود؛ یعنی سیستم کوانتومی مشخص (زنده بودن یا مرده بودن گربه) به برهم‌نهی حالت‌های متضاد کلاسیکی (مانند توأمان مرده و زنده بودن گربه) تبدیل می‌شود که غیر شهودی بوده و پذیرش آن برای ما سخت است.

اینکه رخ دادن رویدادی را بدون هیچ‌گونه علتی و به‌صورت کاتوره‌ای بپذیریم عملاً غیر منطقی است. کاتوره‌ای بودن بیشتر اصل موضوعه است تا فرضی که اثبات شده باشد؛ بنابراین بیشتر یک حدس باقی می‌ماند. البته هر ادعایی از کاتوره‌ای بودن تنها می‌تواند «نسبت به» یا «با توجه به» تعداد کم‌وبیش زیادی از قوانین یا رفتارها مورد تأیید باشد و بررسی آن به‌وسیلهٔ

1. See: Peres, 1980.
2. See: Everett, 1957.
3. See: von Neumann, 1995.
4. See: Prigogine, 1962.

بی‌نهایت قوانین غیر ممکن است.[1] البته اگر هم ممکن باشد، ما نمی‌توانیم امکان حضور فعلی خود را که به‌وسیلهٔ گردشگران فرازمینی با ابزاری بسیار پیچیده (که نوعی از پدیده‌های فیزیکی کاتوره‌ای را پیش‌بینی می‌کند) در گذشته محاسبه شده است از این قاعده مستثنا کنیم.[2]

مکملیت: اصل مکملیت بوهر دارای بیان‌های گوناگون است. یک بیان این است که در آزمایشی، سیستم خاصیت موجی دارد و در آزمایشی دیگر، خاصیت ذره‌ای. معلوم‌ناپذیری آن در این است که نمی‌توان پیش‌بینی کرد که سیستم در آزمایشی جدید چه خاصیتی را نشان می‌دهد. بیان دیگر مکملیت در مشاهده‌پذیرهای ناسازگار کوانتومی است. در کوانتوم مشاهده‌پذیرهای ناسازگار، مشاهده‌پذیرهایی هستند که باهم به‌طور هم‌زمان قابل اندازه‌گیری نیستند؛ مانند مکان و اندازه حرکت. چنین مشاهده‌پذیرهایی (کمیت‌هایی منتسب به آن‌ها) را مشاهده‌پذیرهای (کمیت‌های) مکمل گویند؛ به‌عبارت‌دیگر برای اندازه‌گیری آن‌ها ما به ابزار اندازه‌گیری متفاوت نیاز داریم یا به‌بیان‌دیگر، یک تابع موج خاص نمی‌تواند دربرگیرنده اطلاعات توأم مشاهده‌پذیرهای ناسازگار باشد؛ برای نمونه تابع موج یا اطلاعات مکان ذره را می‌دهد یا اندازه حرکت آن را، یعنی نمی‌توان تابع موجی داشت که هم مقدار مکان و هم اندازه حرکت را بدهد.

در این زمینه، پائولی گفته است که تأثیر اندازه‌گیری یک کمیت (اندازه حرکت) روی سیستم آن‌چنان است که در محدودهٔ روابط عدم قطعیت، دانش مقدار قبلی کمیت مکمل آن (مکان) در پیش‌بینی اندازه‌گیری بعدی از بین می‌رود؛[3] به‌عبارت‌دیگر اندازه‌گیری روی یک کمیت بر روی کمیت مکمل آن تأثیرگذار است و آن را مختل می‌کند. بدین‌گونه «بافتمندی (Contextuality) کوانتومی» تعریف می‌شود؛ یعنی مقدار یک کمیت وابسته به بافت کمیت مکمل آن است.[4] در آزمایش EPR این مکملیت به چالش کشیده می‌شود. در واقع، ادعا می‌شود که به‌طور تجربی می‌توان دو کمیت مکمل را هم‌زمان و در دو بافت اندازه‌گیری کرد،[5] فکتی مکانیک کوانتومی بر پایه رابطهٔ عدم قطعیت آن را ممکن نمی‌داند. ازاین‌رو، اینشتین و همکاران او در این مقاله

1. See: Svozil, 2011.
2. See: Davis, 1958: 11.
3. See: Jammer, 1989: 369.
4. See: Peres, 2002: 196.
5. See: EPR, 1935.

مکانیک کوانتومی را ناکامل اعلام می‌کنند.[1] در ادامه و در بخش بعدی (نامعین بودن مقدار) قضایایی را معرفی می‌کنیم که این نتیجه را مورد تردید قرار می‌دهند.

کمیت‌های مکمل در فیزیک کلاسیک هم وجود دارد. در این رابطه، مدل آوندی (Urn Model) را در ادامه توضیح می‌دهیم. عینک‌هایی را در نظر بگیرید که تمام پرتوهای نور را به‌جز یک رنگ خاص جذب می‌کنند؛ بنابراین اگر یک عینک فقط نور سبز را عبور دهد و بقیهٔ نور را جذب کند فردی که این عینک را دارد گوی قرمز را سیاه می‌بیند. گوی‌هایی با زمینهٔ سیاه را که دارای علامت‌هایی با رنگ‌های متفاوت باشند در نظر بگیرید. با توجه به عینکی که استفاده می‌شود این گوی‌ها پیام‌های گوناگونی را منتقل می‌کنند؛ برای نمونه چهار گوی که همه سیاه هستند و فقط بر روی آن‌ها اعداد یک و صفر با دو رنگ قرمز و سبز را که به‌صورت زیر نوشته شده باشند در نظر بگیرید:

الف (۱ سبز، ۱ قرمز)؛ ب (۱ سبز، ۰ قرمز)؛ ج (۰ سبز، ۱ قرمز)؛ د (۰ سبز، ۰ قرمز)

آنگاه اگر فردی عینک سبز داشته باشد تنها می‌تواند دو حالت (الف) و (ب) را از دو حالت (ج) و (د) تمیز دهد. مشاهده‌گر با عینک سبز در دو حالت (الف) و (ب) عدد «۱ سبز» را می‌تواند ببیند و علامت‌های قرمز را گوی‌ها سیاه می‌بیند؛ ازاین‌رو این دو گوی برای او یکسان هستند و دو گوی (ج) و (د) را با دیدن عدد «۰ سبز» یکسان می‌بیند. اگر فردی با عینک قرمز باشد می‌تواند دو گوی (الف) و (ج) با عدد «۱ قرمز» را از دو گوی (ب) و (د) با عدد «۰ قرمز» تمیز دهد.

مدل آوندی نمونه‌ای کلاسیکی از کمیت‌های مکمل است که به‌طور هم‌زمان قابل اندازه‌گیری (مشاهده) نیستند؛ چون عینک مورد استفاده، فقط به یک رنگ اجازه عبور می‌دهد. علامت‌های به رنگ سبز و قرمز مشابه اندازه حرکت و مکان ذره در کوانتوم هستند. تفاوت مدل آوندی با کوانتوم در این است که در مدل آوندی با برداشتن عینک مشاهده‌گر می‌تواند از واقعیت پنهان آگاه شود، درحالی‌که در مکانیک کوانتومی این‌گونه نیست؛ اندازه‌گیری هم‌زمان کمیت‌های مکمل ممکن نیست و همچنین اندازه‌گیری یک کمیت، کمیت مکمل آن را مختل می‌کند.[2]

1. See: EPR, 1935.
2. See: Svozil, 2011.

نامعین بودن مقدار: جدول درستی (Truth Table) در منطق، جدولی است که ارزش گزاره‌ها در آن درج می‌شود. نامعلوم‌پذیری در کوانتوم نتیجه‌ای از این فکت است که هیچ جدول درستی کلاسیکی جهانی (در مفهوم تمام یا حداقل مجموعه‌ای محدود از مشاهده‌پذیرهای مکمل) در آن وجود ندارد که حتا سازگار با تعداد محدودی از جدول‌های درستی موضعی (در مفهوم قابل اندازه‌گیری باهم) باشد؛ یعنی هیچ جدول درستی کلاسیکی با به هم چسباندن خروجی‌های اندازه‌گیری‌های برخی از مشاهده‌پذیرهای مکمل سازگار نیست. این پدیده به نامعین بودن مقدار مشهور است؛[1] اگرچه گاهی این نتیجه به بافتمندی نیز تعبیر می‌شود. واژه «موضعی» در بالا به مفهوم بافت خاص است؛[2] به‌عبارت‌دیگر در کوانتوم جدول درستی وابسته به بافت است، یعنی ممکن است با تغییر بافتِ اندازه‌گیری، مقدار مشاهده‌پذیر تغییر کند یا به‌نوعی، درست و غلط بودن گزاره‌ها تغییر کند؛ بنابراین این‌گونه تعریف می‌شود که اندازه‌گیری تنها در یک بافت صحیح است و در بافت‌های دیگر خلاف واقع (Counterfactuals) است.[3] این امر چگونه ممکن است؟ با نمونه کلاسیکی زیر به این پرسش پاسخ می‌دهیم:

در مدل آوندی که شرح آن گذشت، مشاهده با عینک سبز یک بافت است و بافت دیگر هنگامی است که مشاهده با عینک قرمز انجام شود؛ برای نمونه، اگر عدد صفر معادل گزارۀ «جریان از سیم عبور نمی‌کند» و عدد یک معادل گزارۀ «جریان از سیم عبور می‌کند» باشد، اکنون اگر از مشاهده‌گر خواسته شود که به این پرسش که «آیا جریان در سیم وجود دارد؟» با بلی یا خیر پاسخ دهد، پاسخ او به بافت بستگی دارد. اکنون اگر فردی با عینک سبز، عدد صفر را مشاهده کند، پاسخ «خیر» را می‌دهد؛ درحالی‌که اگر با عینک قرمز به گوی نگاه می‌کرد، ممکن بود که عدد یک را می‌دید (همانند وضعیت (ج) در بالا) و پاسخ «بلی» می‌داد، این مفهوم بافتمندی در اندازه‌گیری است.

این مطلب را هایزنبرگ به‌نوعی دیگر و در چهارچوب فلسفی این‌گونه بیان کرده است. ازنظر کانت برخی مفاهیم از طریق تجربی اثبات نمی‌شوند و آن‌ها از چهارچوب کارهای پیشینی (A Priori)

1. See: Svozil, 2011.
2. See: Svozil, 2009.
3. See: Vaidman, 2007.

تشکیل شده‌اند که به مرتب شدن داده‌های تجربی کمک می‌کنند؛ مانند زمان مطلق، فضای اقلیدسی و علیت که مفاهیم پیشینی هستند و کانت ادعا داشت که این مفاهیم، اعتباری مطلق دارند. هایزنبرگ به‌کارگیری این مفاهیم ـ یا به‌طورکلی مفاهیم کلاسیکی ـ را در بررسی پدیده‌های اتمی لازم می‌دانست، ولی ادعا می‌کرد که این مفاهیم ارزشی مطلق ندارند؛ یعنی برخی مفاهیم می‌توانند شرط علمی باشند و در یک زمان، تنها اعتباری محدود داشته باشند و این دقیقاً همان اتفاقی است که درباره مفاهیم کلاسیکی رخ می‌دهد؛ بنابراین هایزنبرگ نتیجه می‌گیرد که فیزیک جدید وضعیت فرض‌های کانت را درباره وجود آنچه کانت «احکام ترکیبی پیشینی» نامیده است، تصحیح می‌کند. این احکام از یک اصل موضوعهٔ متافیزیکی به فیزیکی تغییر می‌یابند؛ بنابراین احکام ترکیبی پیشینی خصوصیت حقیقت‌های نسبی را دارند. پس اصطلاح «پیشینی» که در زبان کانت به‌طور ضمنی دلالت بر مفهوم «تغییرناپذیر»، «استعلایی» و موارد دیگر دارد، ازنظر هایزنبرگ می‌تواند به‌سادگی مجموعه‌ای از مفاهیم را تعیین کند که بشر باید برای سازمان دادن تجارب خود از آن‌ها استفاده کند؛ به‌عبارت‌دیگر در مفهوم واقع‌گراها عینک‌های رنگی که ما با آن‌ها به واقعیت نگاه می‌کنیم را نمی‌توان حذف کرد. در این مفهوم احکام پیشینی و مفاهیم آن به‌درستی می‌توانند نسبی باشند.[1]

نامعین بودن مقدار در مکانیک کوانتومی در مقابل علم لایتناهی (Omniscience) کلاسیکی است که فرض آن، امکان باهم اندازه‌گیری تمام مشاهده‌پذیرها بدون محدودیت، برآمده از اصل واقع‌گرایی است؛ یعنی تمام مشاهده‌پذیرها وجود دارند، مستقل از مشاهده شدن آن‌ها یا هرگونه اندازه‌گیری خاص. این اصل بر پایهٔ جبر بولِ گزاره‌های مشاهده‌پذیری[2] به‌ویژه حالت‌های دو مقداری، قابل تعبیر است که شرط آن بدون پراکندگی بودن حالت دو مقداری وابسته به جدول درستی است. در اینجا «بدون پراکندگی» به این مفهوم است که اصل عدم قطعیت هایزنبرگ درباره مشاهده‌پذیرها برقرار نباشد.

دلیل اصلی اینکه نمی‌توان مشاهده‌پذیرهای کوانتومی را به‌طور هم‌زمان در جدول‌های کلاسیکی خروجی‌های آزمایش قرار داد، قضیهٔ کوچن و اسپکر (Specker Theorem ـ Kochen)

---

1. See: d'Espagnat, 1999: 256.
2 . See: Boole, 1958.

است. این قضیه در فضاهای هیلبرت (فضایی که مکانیک کوانتومی در آن تعریف می‌شود) با بُعد سه و بالاتر صادق است. به‌طور کوتاه، قضیهٔ کوچن و اسپکر امکان‌ناپذیر بودن انتساب مقادیر عددی معین صفر یا یک را برای یک مجموعهٔ محدود از عملگرهای تصویرگر یک‌بعدی در فضای هیلبرت سه‌بعدی و بیشتر از آن بیان می‌کند.[1] در نمونهٔ یادشده، تمثیلاً عینک‌ها نقش عملگرهای تصویرگر و حالت‌های سبز و قرمز نقش کمیت‌های مکمل را دارند. در ادامه، قضیهٔ کوچن و اسپکر را بیشتر توضیح می‌دهیم.

به‌عنوان نمونه‌ای کلاسیکی از عملگر تصویرگر دوبعدی، می‌توان سایهٔ انسان را در نظر گرفت که تصویر انسان سه‌بعدی بر روی سطح (دو بُعد) است. همان‌گونه که گفته شد در مکانیک کوانتومی تابع موج برهم‌نهی حالت‌های مختلف و گاه متضاد (مانند زنده بودن و مرده بودن) است. تأثیر عملگرهای تصویرگر بر روی یک تابع موج که توصیف‌کنندهٔ سیستم کوانتومی است، تصویر تابع موج به یک حالت خاص (مثلاً زنده بودن) است که این اتفاق در هنگام اندازه‌گیری رخ می‌دهد. مجموع تمام عملگرهای تصویرگر عملگر واحد را تشکیل می‌دهند؛ یعنی سیستم، تصویری بر روی یکی از حالت‌های ممکن خواهد داشت. اکنون چگونه این قضیه، بافتمندیِ اندازه‌گیری را نقض می‌کند؟ برای پاسخ سه فرض کوانتومی زیر را در نظر بگیرید:[2]

۱. به تمام مشاهده‌پذیرها یک مقدار معین اختصاص داده می‌شود؛ یعنی مشاهده‌پذیرها مقدار معین هستند؛
۲. مشاهده‌پذیرِ مقدار معین باید نابافتمند باشد؛ یعنی فقط به‌صورت یک تابع از مشاهده‌پذیر تعیین شود و مستقل از مشاهده‌پذیرهای سازگار باشد؛
۳. مقدار معین برای یک مجموعه از مشاهده‌پذیرهای سازگار باید با پیش‌بینی‌های نظری کوانتوم برای روابط میان آن‌ها سازگار باشد.

قضیهٔ کوچن و اسپکر به شرح زیر تضاد میان این سه فرض را نشان می‌دهد.

شرط (۳) مناقشه برانگیز نیست و بنابراین یک یا هر دو شرط دیگر باید برداشته شود. برخی از

---

1. See: Peres, 2002: 196.
2. See: Abbott, 2015.

تعابیر مکانیک کوانتومی بافتمند هستند و بنابراین فرض (۲) را رها می‌سازند. در این‌گونه تعابیر، اختصاص دادن یک مقدار معین نابافتمند به‌طور هم‌زمان به کمیت‌های مکمل ممکن نیست و مقدار معین فقط حاصل رفتار در بافت خاص است؛[1] اگرچه نیاز به یادآوری است که این قضیه در مورد فراوانی آماری و مقدار میانگین عملگرها به‌کاربرده نمی‌شود و آن‌ها مستقل از بافت هستند؛[2] بنابراین بافتمندی نسبت به اندازه‌گیری‌های مکمل بر روی ذره منفرد یک پدیدهٔ فرضی و خلاف واقع است که اندازه‌گیری مستقیم بر روی مشاهده‌پذیرها و نسبت دادن یک مقدار معین را از دسترس خارج می‌کند؛ ازاین‌رو اندازه‌گیری از نوع EPR که رفتار بافتمند ذره منفرد را بازتولید می‌کند در تناقض با نابافتمندی مکانیک کوانتومی (نابافتمند بودن مقدار معین) است![3] البته این امر بیانگر این نکته هم می‌باشد که مکانیک کوانتومی نمی‌تواند رفتار ذره منفرد را پیش‌بینی کند؛ چون نابافتمندی آن با «بافتمندی کوانتومی» که شرح آن گذشت در تناقض است.

اگر فرض (۲) را لازم بدانیم، آنگاه فرض (۱) باید نقض شود، نقض آن بدین معنی است که برای هر مشاهده‌پذیری نمی‌توان یک مقدار معین نسبت داد؛ بنابراین بیان گزاره‌ای این‌چنین که در فضای هیلبرت با ابعادی بیش از دو بُعد، اگر یک عملگرِ تصویرگر مقدار ویژهٔ یک داشته باشد، یعنی تصویر سیستم بر روی حالت خاصِ منتسب به آن عملگر باشد و بر روی حالت‌های دیگر تصویر نداشته باشد، بدین طریق حالت سیستم مشخص می‌شود.

طبق بیان، قضیهٔ کوچن و اسپکر نادرست است؛ به‌عبارت‌دیگر نمی‌توان حالت سیستم را مشخص کرد. نتیجهٔ قضیه کوچن و اسپکر این است که نمی‌توان به سیستم کوانتومی، خواصی معین (با مقادیر معلوم یا مجهول) نسبت داد. به‌بیان‌دیگر، همان‌گونه که بوهر بیان کرده است، سیستم‌های کوانتومی خواص ذاتی یا خواصی را که مستقل از ابزار اندازه‌گیری باشد، ندارند.[4] پس نباید نتیجه‌ای را که با ابزار اندازه‌گیری روی سیستم کوانتومی به دست آمده است به‌عنوان نتیجه‌ای از خود سیستم در نظر گرفت. این نتیجه برآیند تنظیم خاص آزمایش برای مشاهده

1. See: Held, 2018.

۲. مقدار میانگین مشاهده‌پذیری مانند «مکان» در مکانیک کوانتومی همان مقدار کلاسیکی آن است؛ بنابراین قضیهٔ کوچن و اسپکر با نظریه‌های متغیرهای پنهان در تناقض نیست.

3. See: Svozil, 2011.

4. See: Bohr, 1949.

انجام شده است و سیستم و ابزار اندازه‌گیری به‌صورت یک کل جداناپذیر هستند؛[1] به‌عبارت‌دیگر سیستم مشاهده‌شده خواص خود را با ابزار تقسیم می‌کند.

در این گستره هم نامعین بودن مقدار با تصمیم‌ناپذیری ارتباطی ندارد؛ زیرا خاصیتی به سیستم منتسب نشده است که بخواهد میان انتخاب آن یا انتخابی دیگر تصمیم‌گیری شود و هنگامی‌که سیستم کوانتومی با ابزار اندازه‌گیری برهم‌کنش کند آنگاه مقدار نمایان می‌شود. هم‌اکنون در باور بیشتر فیزیک‌دانان، مکانیک کوانتومی با وجود نامعلوم‌پذیری کامل‌ترین نمایش پدیده‌های فیزیکی است؛ البته همان‌گونه که در ادامه خواهیم دید، گویا گودل هم باورمند به کاربرد قضایای ناتمامیت در مکانیک کوانتومی نبوده است.

گودل و مکانیک کوانتومی

در کتاب نیمرخ‌های کوانتومی (Quantum Profiles) جرمی بِرنشتاین خاطره‌ای از ویلر (Wheeler) درباره گفتگوی او با گودل در دهۀ هفتاد میلادی بازگو می‌کند. ویلر در این خاطره بیان می‌کند هنگامی‌که کتابی در مورد گرانش با همکاری دو نفر دیگر تألیف می‌کرده است یک روز با آن دو نفر به دفتر گودل در پرینستون می‌رود و نظر او را در مورد رابطۀ تصمیم‌ناپذیری در ریاضی و اصل عدم قطعیت در فیزیک جویا می‌شوند که گودل از جواب دادن به این پرسش طفره می‌رود. چندی بعد (حدود دو سال بعد) در یک مهمانی گودل به ویلر می‌گوید که به‌اندازه کافی با اینشتین راه رفته و گفتگو داشته است؛ به‌طوری‌که دیگر اعتقادی به نظریۀ کوانتومی و نادترمینیسم نداشته باشد؛[2] البته برخی باورمندند که این جواب گودل به ویلر برآمده از شستشوی مغزی گودل به‌وسیلۀ اینشتین است و کوشش در این زمینه را بیهوده جلوه داده است.[3] در واقع همان‌گونه که در بخش تصمیم‌ناپذیری، پیش‌بینی‌ناپذیری و اندازه‌گیری گفته شد، در جواب نامۀ باراک، گودل بر این باور نبود که قضایای ناتمامیت ارتباطی با فیزیک یا مکانیک کوانتومی داشته باشند.

1. See: Rosenfeld, 1953.
2. See: Bernstein, 1991: 140-141.
3. See: Svozil, 2011: 218.

نتیجه‌گیری

در این نوشتار نشان داده شد که یک تصویر از فیزیک می‌تواند در انجام محاسبات عددی وجود داشته باشد که با نظریات فیزیک متفاوت است. درباره این تصویر می‌توان قضایای گودل را ـ که در مورد حساب است ـ به کار برد؛ ولی کاربرد این قضایا درباره نظریات فیزیک جای تأمل بیشتر دارد. یکی از دلایل این امر این است که بشر نه‌تنها هنوز به شناخت تمام هستی نرسیده، بلکه هنوز هم نتوانسته است تمام آن را مشاهده کند. اکنون این پرسش در اینجا مطرح می‌شود که آیا روزی بشر خواهد توانست به درک تمام هستی برسد؟ در این موضوع هم دو نوع عقیدهٔ «می‌تواند» و «نمی‌تواند» وجود دارد. گروهی ذهن انسان را بیکران می‌دانند و گروهی محدود. این موضوع که بشر هرروز به مشاهدهٔ جدید و درکی از آن می‌رسد بیانگر ناکامل بودن نظریات فیزیک است، ولی ذات آن با ناتمامیت در قضایای گودل متفاوت است؛ زیرا اصول فیزیک ازاین‌جهت که مستخرج از خروجی‌های آزمایش و مشاهده است، ناکامل هستند و هنوز زمان انجام بسیاری از مشاهدات فرا نرسیده است؛ بنابراین نظریه‌های فیزیک برای بیان واقعیت ساخته می‌شوند درصورتی‌که سیستم منطقی هرچند که کامل باشد بازهم دربرگیرنده حقیقتی اثبات‌ناپذیر است.

اصولاً «حساب» که محمل بحث گودل است هیچ ارتباطی با واقعیت خارجی ندارد؛ همچنین دانشمندان در تعیین اصول موضوعه مانند منطقیان یا ریاضی‌دان‌ها آزاد نیستند. به‌عبارت‌دیگر، حدس یک اصل موضوعه در نظریه به‌وسیلهٔ یک دانشمند، درنهایت باید نتیجه‌ای منطبق با خروجی آزمایش بدهد. در این نوشتار همچنین درباره مفهوم نامعلوم‌پذیری در مکانیک کوانتومی به‌طور مفصل بحث شد و نشان داده شد که مفهومی کاملاً متفاوت با مفهوم تصمیم‌ناپذیری است که در ماشین تورین مطرح می‌شود؛ بنابراین می‌توان گفت که تاکنون تعمیم قضایای ناتمامیت گودل از برای عدم انطباق شرایط این قضایا به سیستم‌های فیزیکی و مکانیک کوانتومی دارای توجیه متقن نبوده است؛ حتا خود گودل هم بر این باور بوده که قضایایش در مورد حساب بوده و هیچ‌گاه حاضر نشده است آن‌ها را به مکانیک کوانتومی تعمیم دهد، هرچند که تحت تأثیر تلقین‌های اینشتین، مکانیک کوانتومی را یک نظریهٔ ناکامل (در مفهوم فیزیک) می‌دانسته

است. البته اینکه مکانیک کوانتومی کامل است یا نیست یک بحث است؛ ولی اینکه از قضایای ناتمامیت گودل آن را بتوان نتیجه گرفت امری دیگر است. فیزیک‌دان‌ها بعید نمی‌دانند که در آینده نظریه‌ای کامل‌تر از مکانیک کوانتومی به وجود آید؛ همان‌گونه که بعد از مکانیک کلاسیک نظریات کامل‌ترِ کوانتوم و نسبیت ارائه شدند، ولی امروزه مکانیک کوانتومی نتایجی خوب و در توافق با تجربه ارائه می‌دهد؛ ولی توجه داریم که اصول آن اصول علمی و استثناپذیرند نه فلسفی و کلی و همچنین گسترهٔ آن در معرفت‌شناسی است و نه در هستی‌شناسی.

همچنین در این نوشتار نشان داده شد که با وجود شباهت لفظی، مفاهیم به‌کاررفته به‌وسیلهٔ گودل با مفاهیمی که در نظریهٔ کوانتوم به کار می‌روند متفاوت هستند که درنتیجه از این شباهت لفظی نمی‌توان در اثبات ناکامل بودن مکانیک کوانتومی استفاده کرد. در این نوشتار گفته شد که گودل قضایای ناتمامیت را در پاسخ به انجام‌شدنی بودن برنامهٔ هیلبرت اثبات کرد. او سیستم صوری را سیستمی به‌اندازه کافی بزرگ با تعدادی قابل شمارش از اصول موضوعه در حساب با قابلیت طراحی الگوریتم در ماشین تورین (کامپیوترهای معمول) تعریف کرد؛ همچنین در این نوشتار نشان داده شد تعمیم قضایای گودل ـ همچون دیگر قضایای ریاضی ـ برای رد یا قبول برخی نظریه‌ها دارای ظرافت‌های زیادی در برقراری صدق شرایط قضیه است که بدون کنکاش دقیق به نتایج خلاف واقع می‌انجامد.

کتاب‌نامه

الف- فارسی

- بل، ا. (۱۳۹۱)، ریاضی‌دانان نامی، مترجم: ح. صفاری، تهران: انتشارات امیرکبیر.

- دوسوسور، ف. (۱۳۸۹)، دورهٔ زبان‌شناسی عمومی، مترجم: ک. صفوی، تهران: هرمس.

- دیلتای، و. (۱۳۸۸)، مقدمه‌ای بر علوم انسانی، مترجم: م. صانعی دره بیدی، تهران: ققنوس.

- دیلتای، و. (۱۳۸۹)، تشکل جهان در علوم انسانی، مترجم: م. صانعی دره بیدی، تهران: ققنوس.

ب- لاتین

- Abbott, A. A; Calude C. S; Svozil K. (2015). "A variant of the Kochen-Specker Theorem Localising Value Indefiniteness", *Journal of Mathematical Physics*, Vol. 56, Issue 10, pp.102-201.
- Barrow, J. (2011). "Godel and Physics", in M. Baaz, & e. a. (Eds.), *Kurt Gödel and the Foundations of Mathematics, Horizons of Truth,* New York, Cambridge University Press.
- Bernstein, J. (1991). *Quantum Profiles*, New Jersey: Princeton University Press.
- Bohm, D. (1952). "A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden" Variables", *Physical Review*, Vol. 85, p. 166.
- Boole, G. (1958). *An Investigation of the Laws of Thought*, New York: Dover.
- Born, M. (1926). *On the Quantum Mechanics of Collisions*, Originally published under the title, Zur Quantenmechanik der Stossvorgange. Zeitschrift fiir Physik, Vol. 37, pp. 863-7.
- Breuer, H-P; Petruccione, F. (2003). *The Theory of Open Quantum Systems*, New York: Oxford University Press.
- Bridges, D. and Palmgren, E. (2016). "Constructive Mathematics", In E. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Stanford: Metaphysics Research Lab, New Jersey: Stanford University.
- Brukner, C. (2008). "Quantum Experiments Can Test Mathematical Undecidability", In C. S. Calude et al. (Ed.), *Lecture Notes in Computer Science,* Berlin: Springer.
- Peres, Asher (1980). "Can we undo quantum measurements?", *Physical Review,* Vol.22, No. 4, pp. 879–883.
- Davis, M. (1958). *Computability and Unsolvability,* New York: McGraw-Hill.

- De Broglie, L. (1925). *Recherches Sur La Theorie des Quanta,* Paris: Masson & Cis, Editeurs.
- Descartes, R. (1706). *Les Principes de la philosophie*, (indeterminé, Trans.) Rouen: Jean-Baptiste Besongne.
- D'Espagnat, B. (1999). *Conceptual Foundations of Quantum Mechanics* (2nd Ed. ed.), Reading, Massachusetts: Perseus Books Publishing.
- Dirac, P. A. (1967). *The Principle of Quantum Mechanics* (Fourth ed.), London: Oxford University Press.
- EPR (Eistien A., Podolsky B. and Rosen N.) (1935). “Can Qantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?”, *Physical Reviwe*, Vol. 47, pp. 777-781.
- Everett, H. (1957). “Relative State’ Formulation of Quantum Mechanics”, *Reviews of Modern Physics*, Vol. 29, pp. 454–462.
- Feferman, S.; et al (Ed.). (1986). *Kurt Godel Collected Works* (Vol. I), New York: Oxford University Press.
- Finkelstein, D. (1963). *The Logic of Quantum Physics*, Transactions of the New York Academy of Sciences.
- Haroche, S. (2013). “Nobel Lecture: "Controlling Photons in a Box and Exploring the Quantum to Classical Boundary"”, *Review of Modern Physics*, Vol. 85, pp. 1083-1102.
- Hartle, J. (1968). “Quantum Mechanics of Individual Systems”, *American Journal of Physics,* Vol. 36, p.704.
- Held, C. (2018). *The Kochen-Specker Theorem,* (E. Zalta, Ed.) The Stanford Encyclopedia of Philosophy.
- Jammer, M. (1966). *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, New York: McGraw-Hill.
- Jammer, M. (1989). *The Conceptual Development of Quantum Mechanics,* The History of Modern (second ed.), New York: American Institute of Physics.
- Janiak, A. (2008). *Newton as Philosopher,* New York: Cambridge University Press.
- Laplace (Marquis de), P.-S. (2009). *Essai Philosophique Sur Les Probabilités*, New York: Cambridge University Press.
- Newton, I. (1999). *The Principia: Mathematical Principle of Nutural Philosophy* (preceded by a guide to Newton's Principia), (I. B. Budenz, Trans.) Berkeley and Los Angeles: University of California Press.
- Peres, A. (2002). *Quantum Theory: Concepts and Methods,* New York: Kluwer Academic Publishers.

- Prigogine, I. (1962). *Non-Equilibrium Statistical Mechanics,* New York: Intorscience Publishers.
- Raatikainen, P. (2015). "Gödel's Incompleteness Theorems", In E. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy,* Stanford: Metaphysics Research Lab, Stanford University.
- Rosenfeld, L. (1953). "Louis de Broglie, Physcien et Penseur", In A. George (Ed.), *Louise De Borglie - Physician et Penseur,* Paris: Albin Michel.
- Schrodinger, Erwin (Trans. John D. Trimmer) (1935). "The present situation in quantum mechanics", *Naturwissenschaften,* Vol. 23, pp. 807-812; 8023-828; 844-849.
- Smith, P. (2005). *An Introduction to Godel's Theorems,* Cambridge: Faculty of Philosophy University of Cambridge.
- Smorynski, C. (1977). "The Incompleteness Theorems", In J. Barwise, *HandBook of Mathematical Logic,* Amsterdam: North-Holland Publishing Company.
- Smullyan, R. (1992). *Godel's Incompleteness Theorems,* New York: Oxford University Press.
- Svozil, K. (2002). "Conventions in relativity theory and quantum mechanics", *Foundations of Physics,* Vol. 32, pp. 479-502.
- Svozil, K. (2009). "Contexts in quantum, classical and partition logic", In G. D. Engesser K (Ed.), *Handbook of Quantum Logic and Quantum Structures,* Amsterdam: Elsevier.
- Svozil, K. (2011). "Physics Unknowables", In M. Baaz, & e. a. (Eds.), *Kurt Godel and the Foundations of Mathematics: Horizons of Truth,* New York: Cambridge University Press.
- Svozil, K.; Calude C. S.; Stay M. A. (2005). "From Heisenberg to Gödel via Chaitin", *International Journal of Theoretical Physics,* pp.1053-1065.
- Tarski, A.; et al. (1953). *Undecidable Theories,* Amsterdam: North-Holland.
- Vaidman, L. (2007). "Counterfactuals in Quantum Mechanics", In H. K. Greenberger D. (Ed.), *Compendium of Quantum Physics,* Berlin, Heidelberg: Springer.
- Von Newmann, J. (1966).*Theory of Self-Reproducing Automata,* (A. W. Burks, Ed.), London: University of Illinois Press.
- Wheeler J. A; Zurek E. H. (1983). *Quantum Theory and Measurement,* New Jersey: Princeton University Press.
- Wigner, E. (1983). "Remarks on the Mind-Body Question", In J. A. Wheeler, *Quantum Theory and Measurement,* New Jersey: Princeton University Press.
- Wolfram, S. (1994). *Cellular Automata and Complexity,* Collected Papers, Colorado: Westview Press.